

# תורת ההסתברות (1)

פרק 23 - התפלגויות בדידות מיוחדות - התפלגות אחידה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## התפלגויות בדידות מיוחדות – התפלגות אחידה:

### רקע:

התפלגות אחידה הינה התפלגות שבה לכל תוצאה יש את אותה הסתברות. הערכים המתקבלים בהתפלגות הם החל מ- $a$  ועד  $b$  בקפיצות של אחד.  $X \sim U(a, b)$

**פונקציית ההסתברות:**  $P(X = K) = \frac{1}{b - a + 1}$  ,  $K = a, a + 1, \dots, b$

**תוחלת:**  $E(X) = \frac{a + b}{2}$

**שונות:**  $V(X) = \frac{(b - a + 1)^2 - 1}{12}$

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

אדם בוחר מספר אקראי בין 1 ל-100 כולל. מהי פונקציית ההסתברות של המספר ומה הצפי שלו?

## שאלות:

- (1) במשחק הלוטו 45 כדורים ממוספרים מ-1 ועד 45. נתבונן במשתנה  $X$  - המספר של הכדור הראשון שנשלף על ידי המכונה.
- חשבו את  $P(X = 2)$ .
  - חשבו את  $P(X \leq 30)$ .
  - חשבו את  $P(X > 4 | X \leq 10)$ .
  - חשבו את  $P(X = k)$ .
- (2) קוסם מבקש לבחור מספר שלם אקראי בין 1 ל-100.
- בהנחה שאין כאן מניפולציות של הקוסם, מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של המספר שיבחר?
  - הקוסם ביקש משישה אנשים לבחור מספר:
    - מה ההסתברות ששלושה מהם יבחרו מספר הגדול מ-80?
    - מה התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום המספרים שהאנשים בחרו?
- (3) יהי  $X$  התוצאה בהטלת קובייה.
- מהי ההתפלגות של  $X$ ?
  - מה התוחלת של  $X$ ?
  - קובייה הוטלה 4 פעמים. מה התוחלת ומה השונות של סכום התוצאות ב-4 ההטלות?
- (4) בכד 10 כדורים שרק אחד בצבע אדום. כדורים הוצאו ללא החזרה עד שהתקבל הכדור האדום. מה התוחלת ומהי השונות של מספר הכדורים שהוצאו?
- (5) יש לבחור מספר אקראי בין 1 ל-50, כולל.
- מה הסיכוי שהמספר 4 יבחר?
  - מה הסיכוי שהמספר שיבחר גדול מ-20?
  - אם נבחר מספר גדול מ-20, מה ההסתברות שהוא קטן מ-28?
- (6) הוכיחו שאם:  $X \sim U(a, b)$ , אז מתקיים ש:  $E(X) = \frac{a+b}{2}$ .

## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\frac{1}{45}$     ב.  $\frac{30}{45}$     ג. 0.6
- (2) א. תוחלת: 50.5, סטיית תקן: 28.87.  
 ב. i. 0.08192    ii. תוחלת: 303, סטיית תקן: 70.71
- (3) א.  $X \sim U(1,6)$     ב. 3.5    ג. תוחלת: 14, שונות: 11.66
- (4) תוחלת: 5.5, שונות: 8.25
- (5) א.  $\frac{1}{50}$     ב.  $\frac{30}{50}$     ג.  $\frac{7}{30}$
- (6) שאלת הוכחה.